MATHÉMATIQUES

Conforme au programme 2028-2029

3e

À chacun son parcours

Le manuel de maths qui s'adapte à toi et t'aide à te dépasser.

Philippe Leone

- **Tremplin** Reprendre confiance
- **Socle** Maîtriser l'essentiel
- **Mention** Aller plus loin
- **Pari Sophie Germain** La ligue des champions



la méthode PédagoPi.org

MATHÉMATIQUES · 3e

À chacun son parcours

4 chemins pour un même programme

Le manuel de maths qui s'adapte à toi et t'aide à te dépasser.

Philippe Leone

Professeur de mathématiques



À chacun son parcours · Mathématiques · 3e
Conforme au programme 2028-2029

Auteur : Philippe Leone, professeur de mathématiques
© 2026, Philippe Leone
Éditeur : Pédagopi, Rueil-Malmaison
pedagopi.org

ISBN : 979-10-990836-0-9
Dépôt légal : octobre 2026
Prix : 26 €
Édition n° 1

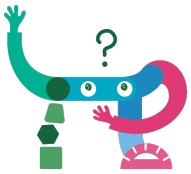
Imprimé par Amazon, impression à la demande.

Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays. Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, ainsi que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit est illicite (article L. 122-4) et constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Crédits iconographiques. Chapitre 15 : NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute. Autres illustrations des pages d'histoire : images de synthèse produites pour cet ouvrage. Figures, schémas et planches mathématiques : conception originale.

Avant-propos

Qui suis-je ?



J'ai été ingénieur avant d'être professeur de mathématiques. Entre les deux, il y a eu un peu de hasard : un remplacement qui s'est présenté, un contrat signé du jour au lendemain, et ensuite beaucoup de travail.

Le remplacement suivant m'a ramené dans le lycée où j'avais été élève. J'ai poussé la porte de la salle des professeurs, où je n'étais jamais entré, et j'y ai retrouvé un de mes professeurs préférés. J'y suis resté deux ans et demi, puis j'ai passé et obtenu, en parallèle, deux concours : le CAPES de mathématiques et le CAPLP mathématiques-physique.

Depuis, j'ai enseigné les mathématiques à presque tous les niveaux qui existent : 6e, 5e, 4e, 3e, 2nde générale et professionnelle, 1re générale, technologique et professionnelle, terminale générale et technologique. Dans le public, dans le privé sous contrat, et hors contrat, au collège comme au lycée. J'ai aussi enseigné en Suisse romande, en 9e et 10e années, l'équivalent de nos 5e et 4e, d'où ce livre tient une partie de ses idées. Et je suis allé voir plus tôt encore, par des échanges avec des classes de primaire.

La méthode PédagoPi

La méthode PédagoPi repose sur une conviction : on peut faire progresser chaque élève à sa hauteur tout en gardant la classe ensemble. Chaque chapitre propose une seule liste d'exercices traversée par quatre parcours, du retour aux bases jusqu'au dépassement : toute la classe travaille la même notion au même moment, chacun avance à son rythme, et on peut passer d'un parcours à l'autre à tout moment, dans les deux sens. On différencie sans jamais mettre les élèves dans des cases.

La méthode PédagoPi s'appuie sur plusieurs références de la pédagogie, assemblées le plus judicieusement possible pour qu'elle soit à la fois la plus efficace possible et pas trop difficile à mettre en œuvre : chaque chapitre s'inspire de Maria Montessori, de l'enseignement explicite, de la méthode de Singapour, des problèmes ouverts et de la répétition d'automatismes, installée sous forme de rituels de travail, chaque outil à sa juste place, sans dogme. Surtout, d'un chapitre à l'autre, la mise en scène est toujours identique : l'élève prend ses repères, puis devient autonome dans son travail et dans la mesure de ses progrès. C'est seulement à ce moment-là que la différenciation devient possible, car un professeur ne peut s'occuper du groupe qui a besoin de lui que si les autres savent travailler seuls. Autour de l'élève, le livre équipe aussi les parents, pour que professeur, élève et famille jouent dans la même équipe.

Enfin, ce manuel tisse de petits liens avec les programmes des années précédentes : dans chaque chapitre, quelques exercices font revenir une notion déjà vue, au service de la notion du jour. Ces acquis ne sont pas toujours aussi acquis qu'on le voudrait : c'est justement l'occasion de les retravailler, en mélangeant les types d'exercices. C'est cette répétition, variée et espacée, qui donne du sens aux mathématiques et facilite l'assimilation, puis l'automatisation. Et les rituels d'automatismes, en fin de livre (une quinzaine de pages), ne sont pas « que » des automatismes type brevet : ils font revenir les notions déjà vues dans l'année, pour que les élèves gagnent en rapidité d'exécution, et réactivent ce dont le prochain chapitre aura besoin. Ils doivent donc suivre la progression du professeur, et c'est simple : il entre sa progression sur pedagopi.org, et ces mêmes automatismes lui sont assemblés dans son ordre, gratuitement, au format numérique.

D'où vient ce livre ?

Disons-le d'abord, et assumons-le ensemble : la baisse du niveau en mathématiques est collective, et ses causes sont multiples. Personne n'en porte seul la responsabilité, et personne ne la réglera seul. En dehors de toute considération politique, trois évidences se dégagent : le primaire est primordial ; l'accompagnement des parents compte tout autant ; et nous, professeurs, devons nous adapter à chaque élève, pour les faire tous grandir et progresser. Dès 2018, le rapport que Cédric Villani, médaille Fields 2010, a co-signé avec Charles Torossian sur l'enseignement des mathématiques proposait une analyse lucide de cette situation et plusieurs propositions intéressantes, restées pour la plupart sans suite. J'ai essayé d'en mettre plusieurs en pratique.

Ce rapport a été un des piliers de ce livre : des automatismes courts et réguliers, des exercices types corrigés pas à pas, des révisions espacées, et des parcours pour que chacun travaille à son rythme dans une

même classe. Ces idées, souvent de simple bon sens, nous, enseignants, avons souvent eu envie de les appliquer ; mais les manuels n'ont pas suivi le mouvement. C'est pour cela que j'ai écrit celui-là, avec une double ambition : être à la portée des élèves qui ont décroché et qui ont envie d'essayer encore une fois, une marche à la fois ; et redonner de l'espace aux très bons élèves, que l'école a un peu laissés de côté ces dernières années, un livre où l'on vient chercher, prouver, et se dépasser.

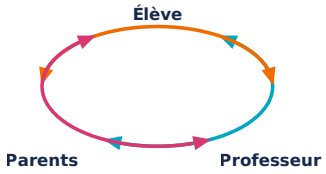
Alors que ce livre pilote est en train d'être bouclé, en septembre 2026, l'enquête PISA confirme le diagnostic : elle mesure les élèves français de 15 ans au plus bas depuis 2001 en mathématiques, plus d'un tiers arrivent en 3e sans le socle. Mais la même enquête dit autre chose, et c'est la ligne de ce livre : en France, 81 % des élèves expriment une mentalité de croissance au sens de PISA, ils considèrent que leurs capacités peuvent évoluer grâce notamment au travail et aux efforts. Ce qui manque n'est pas l'envie, c'est le chemin. Ces choix rejoignent plusieurs pratiques que les analyses internationales de l'OCDE associent à de meilleurs apprentissages : du concret avant l'abstrait, des modèles à imiter, des révisions espacées, un même programme pour tous par des chemins différents, et après chaque erreur, quoi refaire. C'est le cahier des charges de ce livre.

Pour qui est-il écrit ?

Il est écrit pour trois lecteurs à la fois. Pour toi, élève, d'abord. Pour tes parents, ensuite : je crois beaucoup à la relation entre les familles et les professeurs, elle facilite les progrès des élèves, et ce livre donne aux parents de quoi suivre sans avoir à refaire le cours. Et pour mes collègues, à qui il fait gagner du temps : le livre facilite l'autonomisation des élèves, et c'est elle qui rend possible la différenciation sans avoir quatre feuilles à préparer ; avec, en plus, des rituels d'automatismes calés sur leur propre progression. On y trouve un cours court, une page par chapitre : ce qu'il faut retenir, avec ses exemples et ses pièges. Chacun fait son cours comme il l'entend, et c'est de toute façon ce qui se passe dans tous les établissements où je suis passé.

La même enquête montre aussi des familles qui s'éloignent doucement de l'école : moins de parents qui demandent, le soir, ce qui s'est passé en classe. Alors disons-le sans détour, et sans culpabiliser personne : dans la réussite d'un élève, un parent compte au moins autant qu'un professeur, parfois plus. Encore faut-il lui donner des outils simples : c'est ce que font les pages qui leur sont dédiées, et l'encart « Pour l'adulte qui accompagne » de chaque chapitre. Pas besoin d'être fort en maths pour tenir son poste.

Parents, élèves, professeur : une seule équipe, solidaire, qui va chercher la réussite ensemble.



Le professeur accompagne chaque élève vers de plus en plus d'autonomie, et la confiance s'installe. Avec les parents, il renoue une relation de confiance, plus solidaire : il explique sa démarche pédagogique, et les informations circulent dans les deux sens. Et les parents reçoivent les clés, et quelques astuces, pour accompagner les apprentissages de leur enfant. Ce cercle est l'idée générale de toute la démarche PédagoPi : ce livre, et ceux qui suivront.

Les rituels d'automatismes

Voici comment j'utilise le livre dans mes classes : chaque séance commence par un rituel d'automatismes, 7 minutes, sans calculatrice, et sans correction au tableau, sinon la séance devient trop longue : les élèves se corrigent seuls, réponses tête en bas sous chaque rituel. Un rituel sert à accélérer l'exécution des calculs, pas à apprendre de nouvelles notions : on y révise ce qu'on a déjà vu, on y prépare le terrain des chapitres qui viennent, et les notions s'ancrent, par petites touches répétées, jusqu'à devenir des réflexes. Ce modèle n'a rien d'une révolution : Singapour le pratique depuis des années, et le canton de Fribourg fait travailler ses collégiens sur des exercices rituels depuis 2005, conçus par les enseignants eux-mêmes, non sans quelques résistances de collègues helvètes. Je les ai pratiqués en Suisse romande, et ils ont servi de référence aux rituels de ce livre.

Je l'ai écrit pour mes classes d'abord. Il est à vous maintenant.

Philippe Leone

professeur de mathématiques

Sommaire

Compte environ deux semaines par chapitre : quinze chapitres, une année.

- Chacun son parcours : comment utiliser ce livre p. **7**
- Pour toi, élève : le fonctionnement du livre p. **8**
- Le mode solo, sans professeur p. **10**
- Pour vous, parents p. **11**
- Pour vous, collègue professeur p. **14**
- Vos rituels d'automatismes dans votre progression (pour le professeur) p. **15**
- Le brevet, mode d'emploi p. **16**

Nombres et calculs **Géométrie** **Fonctions et gestion de données**

1 

Nombres premiers et fractions p. **18**

2 
Pythagore et le triangle rectangle p. **35**

3 

Puissances et notation scientifique p. **51**

4 

La notion de fonction p. **65**

5 

Calcul littéral 1 : développer et réduire p. **83**

6 
Le théorème de Thalès p. **99**

7 

Équations 1 : résoudre et mettre en équation p. **119**

8 
Fonctions linéaires et affines p. **137**

9 

Trigonométrie dans le triangle rectangle p. **153**

10 

Calcul littéral 2 : identités remarquables et factorisation p. **174**

11 
Probabilités p. **191**

12 

Équations 2 : équation produit nul et inéquations p. **215**

13 
Translations et vecteurs p. **233**

14 
Statistiques p. **254**

15 
Sphère, sections, et tous les volumes p. **277**

- Les rituels de l'année, semaine par semaine p. **299**
- Brevet blanc : l'épreuve complète p. **319**
- Le formulaire p. **322**
- Tables et repères p. **324**
- Le lexique p. **326**

Chacun son parcours,
Chacun son coup de main,
Passe le message à ton copain !

Tremplin	**Reprendre confiance**	Des exercices faits pour réussir, une marche à la fois
Socle	**Maîtriser l'essentiel**	Tous les attendus du programme, le brevet en poche
Mention	**Aller plus loin**	Deux étapes, des justifications, l'exigence en plus
PSG	**La ligue des champions**	Recherche et démonstrations, le pari Sophie Germain

Quatre chemins pour un même programme. Tu choisis ta couleur, tu fais les exercices qui portent ta pastille, et toute la classe travaille la même notion au même moment. Mais à quoi servent-ils, concrètement ? Le voici, en toute franchise.

Tremplin : reprendre confiance

Pour toi si tu veux repartir sur de bonnes bases, une marche à la fois. L'objectif est concret : retrouver les bases, marquer des points sûrs au brevet, et surtout ne plus subir les cours. Le but est d'aller chercher ensuite les exercices du Socle.

Socle : maîtriser l'essentiel

Le programme de 3e, ni plus ni moins : tout ce qu'il faut pour réussir le brevet en maths et démarrer la seconde sans crainte. C'est le parcours de la majorité des élèves, et il couvre l'intégralité des attendus du programme.

Mention : aller plus loin

Les mêmes notions, mais avec la justification, la deuxième étape, le sens inverse, la question piège. C'est la préparation d'une seconde générale à l'aise, et la mention au brevet qui va avec.

PSG : la ligue des champions

PSG, pour Pari Sophie Germain, et le nom dit tout : réussir ce parcours est un pari. Chercher, conjecturer, tester, prouver, se tromper et recommencer : on y développe la méthode scientifique. Exigeant, parfois frustrant, jamais réussi à tous les coups, et c'est fait exprès. Pour ceux qui s'ennuient, et pour ceux qui ont envie de voir jusqu'où ils peuvent aller.

La couleur n'est pas une étiquette : on la choisit, on en change en cours d'année, parfois d'un chapitre à l'autre. Et le contrat est le même pour tous, élèves comme parents : se dire les choses franchement, et travailler dans le calme.

> **Une seule règle, non négociable : on ne se moque de personne.** Ni d'un voisin sur Tremplin, Socle ou Mention, ni de celui qui enchaîne les PSG : dans une équipe, on ne siffle ni le gardien ni le buteur. Si ton voisin bloque, aide-le : expliquer, c'est réviser deux fois.

Pour toi, élève

Choisis ta couleur : fais ce test, là, maintenant.
Sans calculatrice, sans aide. C'est exactement la boussole que tu trouveras dans chaque chapitre, en tête des exercices (« Parcours pour toi »).

Parcours pour toi (5 minutes, sans aide)

a) Calcule 7×8.

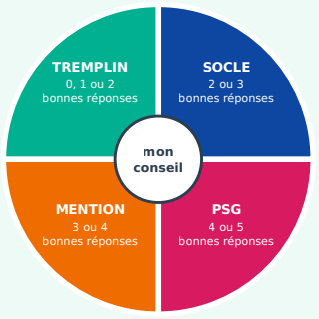
b) Simplifie $\frac{12}{18}$.

c) Calcule $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$.

d) Développe $3(x + 2)$.

e) Un article à 40 € augmente de 10 %. Nouveau prix ?

Compte tes bonnes réponses (elles sont tête en bas, juste dessous), puis lis la boussole. ˙ɘ ɬɬ (ə · 9 + xɛ (p · ɬ/ɛ (ɔ · ɛ/2 (q · 9ɔ (ɐ **: səsuodɐʁ**



Ton score ouvre deux couleurs ? C'est voulu :
c'est toi qui choisis,
ni trop dure ni trop facile pour toi.

Elle te conseille une couleur, et souvent deux, exprès ; c'est toi qui choisis, pour te challenger certains chapitres, ou pour être plus à l'aise sur d'autres. Un seul piège à éviter : ni trop dur, ni trop facile pour toi. Et une couleur se choisit par chapitre, parfois même par séance, jamais pour l'année. Si tu es sur Tremplin, viens goûter au moins un exercice Socle avant la fin du chapitre : c'est souvent là qu'on se surprend.

Le code du vestiaire (plus important que le règlement intérieur).
Ta couleur du moment n'est ni un rang ni une note, c'est ton entraînement du jour. Alors on ne se moque de personne, jamais : ni d'un voisin sur Tremplin, Socle ou Mention, ni de celui qui enchaîne les Paris Sophie Germain. Reprendre confiance n'est pas un défaut, être très fort non plus. Et dans trois chapitres, les couleurs auront peut-être changé de mains. Si ton voisin bloque, aide-le, expliquer c'est réviser deux fois. Les couleurs changent, les copains restent.

Un chapitre, c'est ce chemin :

✦ l'histoire → ◆ le cours en 1 page → la rédaction type → ◎ tes exercices → ⌨ l'atelier → ★ l'évaluation → ✔ les corrigés

Suis tes pastilles, dans l'ordre.

Chaque chapitre est découpé en notions. Pour chaque notion, l'exercice 1 est commun à tous : le professeur présente la notion dessus. Ensuite, chacun suit sa couleur, dans l'ordre, et saute les autres. Le contrat est clair : hormis Tremplin, les cinq ou six premiers exercices de ta couleur dans chaque notion te donnent l'essentiel. Les suivants servent à répéter, consolider, approfondir : c'est la répétition qui fait la mémoire, alors ne t'arrête pas en chemin. Et certains exercices vont encore plus loin : ils te préparent déjà pour les années suivantes.

Comment lire la numérotation des exercices

Les quatre pastilles, une par parcours : Tremplin Socle Mention PSG.
Le petit chiffre dans la pastille compte les exercices de ton parcours.

1 (1) (1) (1) (1) ← Quatre pastilles : l'exercice est pour tous les élèves, quel que soit leur parcours. Toute la classe le fait, on le corrige ensemble.

2 (2) ← Une seule pastille verte : seuls les Tremplin font l'exercice 2. Les autres sautent au suivant qui porte leur couleur.

3 (3) (2) ← Deux pastilles : pour les Tremplin et les Socle. C'est le 3e exercice d'un Tremplin, mais le 2e d'un Socle.

Trop dur ? Trop facile ? Ça se règle.

trop dur ou trop facile → adapte ta couleur

Changer de couleur n'est ni une punition ni une récompense : c'est un réglage, comme la selle d'un vélo. Tu peux l'ajuster en plein chapitre, et repartir d'une autre couleur au chapitre suivant. Cherche d'abord, vérifie ensuite : tous les corrigés sont en fin de chapitre.

Les rituels d'automatismes : la vraie clé pour progresser.

Progresser en maths, c'est travailler régulièrement et revoir les notions : c'est exactement le rôle des rituels, 7 minutes en début de cours, menés par ton professeur. Dans les rituels, pas de couleurs : tu essaies tout, quelle que soit ta couleur du moment. La première question est très simple, la dernière fait chercher tout le monde, et personne n'est censé finir. Et retiens bien ceci : on ne corrige pas les rituels en classe. C'est toi qui te corriges, juste après ou à la maison, avec les corrigés regroupés à la fin de la section rituels. Si par hasard ton prof ne les fait pas, fais-les toi-même : 7 minutes chez toi, 3 fois par semaine !

Le mode solo, sans professeur

Ce livre est aussi fait pour travailler tout seul. Sans professeur sous la main (à la maison, un soir de contrôle, pendant les vacances), tu as déjà tout : le cours en une page, les modèles, tes pastilles, les aides et tous les corrigés. Voici une marche à suivre, situation par situation : c'est une indication, pas une règle, et tu peux très bien fonctionner autrement.

Ta situation	Ton geste
Je découvre la notion	Je commence par lire le cours en une page, tableau par tableau, et je réponds au quiz STOP du bas de page.
Je choisis ma couleur	Je fais les 5 questions « Parcours pour toi », en tête des exercices du chapitre. La boussole me conseille une couleur, et c'est moi qui choisis.
Je m'entraîne	Je fais l'exercice 1 de chaque thème (commun à tous), puis les 5 ou 6 premiers exercices à ma pastille (selon les chapitres), dans l'ordre : ils couvrent l'essentiel et valident toutes les notions.
Je bloque : pourquoi ?	Coup de pouce d'abord, aide tête en bas ensuite, corrigé en dernier. Et je cherche la cause : **Notion inconnue** → le cours en une page. **Je ne sais pas démarrer** → un modèle « Regarde d'abord ». **Erreur de calcul** → je m'entraîne à ma couleur. **Je ne sais pas rédiger** → « Bien rédiger ». **Je ne comprends pas pourquoi ça marche** → je demande de l'aide, ça fait partie de grimper. Bloqué ? Appelle ton professeur. Pas disponible ? Change de couleur en attendant.
Je me suis trompé	Je lis le corrigé pour comprendre d'où vient l'erreur, puis je refais l'exercice sans regarder.
C'est trop difficile	Je change de couleur : c'est un réglage, pas une punition.
C'est devenu facile	Je tente la passerelle, et je change de couleur.

La séance maison : 20 minutes chrono

Une séance courte vaut mieux qu'une longue soirée : elle a un début et une fin visibles, et tu peux la caser n'importe quand. La recette, chrono en main :

5 **minutes** : relis le cours en une page du chapitre en cours, et une définition à voix haute.

5 **minutes** : lis un modèle, « Regarde d'abord » ou « Bien rédiger », comme on regarde un ralenti.

7 **minutes** : avance tout seul, là où tu t'es arrêté : 1 à 3 exercices à ta couleur, dans l'ordre.

3 **minutes** : corrige-toi, note d'où venait l'erreur, et refais le plus dur sans regarder.

Trois séances comme ça par semaine, en plus des rituels, et le chapitre est à toi.

> **Pour l'adulte qui accompagne** : la règle des 5 ou 6 exercices est aussi votre repère, aucune maths à faire : demandez « montre-moi tes 5 ou 6 premiers exercices du thème ». S'ils sont faits et corrigés, l'essentiel du chapitre est là ; la mascotte aux pouces levés le confirme dans la page. La suite sert à répéter et consolider : c'est la répétition qui fait la mémoire.

Pour vous, parents

Une conviction d'abord, que les grandes enquêtes internationales confirment : dans la réussite d'un élève, vous comptez au moins autant que le professeur, parfois plus. Pas en refaisant le cours : en étant là. Parents, élève, professeur, c'est une seule équipe, solidaire, et ce livre est son terrain d'entraînement. Tout y est déjà : votre enfant peut avancer seul, et vous l'accompagnez comme vous l'entendez : chaque famille a sa manière de faire, et elles se valent. Ces pages racontent comment le livre fonctionne et proposent des idées simples, à piocher, à adapter, ou à laisser de côté.

Un livre différent

En 2018, Cédric Villani (médaille Fields, la plus haute distinction en mathématiques) a co-signé un rapport sur la façon d'enseigner les maths. Ce livre en applique les grandes idées : des histoires pour le plaisir, des automatismes courts et réguliers, des exercices types corrigés pas à pas, des révisions espacées, et des parcours pour que chacun travaille à son rythme dans une même classe. Qui de mieux pour nous guider ?

Un signal important, et des questions pour le soir

Est-ce qu'il est content d'aller en maths ? Un enfant en difficulté qui montre de l'envie est sur la bonne pente : les résultats suivront. Et pour ouvrir la conversation le soir, plusieurs questions font le travail : « qu'est-ce que tu as fait en maths aujourd'hui ? », « qu'est-ce que tu as aimé ? » (ou, selon les jours, « le moins détesté »…), « pourquoi vous avez fait ça ? ». Raconter, c'est déjà réviser, et pas besoin de connaître la réponse pour poser la question.

C'est l'ascension qui compte

Votre enfant est frustré de ne pas réussir le parcours PSG ? C'est normal, et ce n'est pas grave : il est très difficile, même pour les meilleurs d'entre nous, et même pour moi, parfois, sur certains exercices. Il est fait pour faire chercher, pas pour être réussi à tous les coups. Ce qui fait progresser, c'est de grimper, pas d'arriver en haut.

Un livre fait pour se passer du téléphone

Ce livre est conçu pour travailler sans téléphone. Tous les exercices ont leur corrigé, détaillé pas à pas. Si votre enfant bloque, il change de couleur : des exercices plus accessibles, le temps de reprendre confiance, puis il revient aux plus exigeants une fois la notion bien ancrée. Entre les corrigés et le choix de la couleur, il a de quoi s'en sortir seul, sans rien chercher ailleurs. Mon conseil de professeur : pendant le travail, le téléphone reste dans une autre pièce ou en mode avion. Chaque notification coupe l'attention, et c'est l'attention qui fait apprendre. Une ode au papier, en somme, et ce n'est pas un hasard.

Deux types d'évaluation pour accompagner votre enfant

Pour les familles qui aiment se tester : les rituels (en fin de livre) font d'excellentes interros de poche de 7 minutes : la première question est toujours très abordable, tout le monde marque des points. Et en fin de chapitre, l'évaluation complète (1 h, sur 20, corrigée) permet de se mettre en conditions réelles avant le contrôle en classe.

Pourquoi les corrigés sont si détaillés

Parce que le moment le plus utile, c'est souvent celui où un élève retrouve d'où vient son erreur : la notion tient alors bien mieux qu'après un exercice réussi par hasard. Les corrigés du livre sont écrits pour ça : comprendre d'où ça vient, pas seulement vérifier le résultat. Et regarder un corrigé après avoir cherché, c'est un vrai moment de travail, pas de la triche.

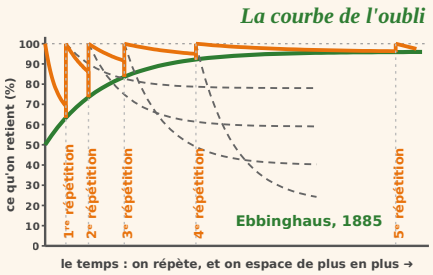
Un chapitre, raconté pour vous

1. **L'histoire** : chaque chapitre s'ouvre par une vraie histoire des maths ; lisez-la de votre côté et reparlez-en ensemble : il s'exerce à l'oral (celui du brevet, puis du bac), il révise sans s'en rendre compte, et vous y apprendrez peut-être des choses vous aussi
2. **Le cours en une page** : l'essentiel du chapitre, tableau par tableau, avec un petit quiz STOP en bas de page pour vérifier qu'il a compris
3. **Bien rédiger** : un ou deux exercices types, rédigés pas à pas comme on l'attend au brevet : le modèle à imiter
4. **Le choix du parcours** : un test de 5 questions, la boussole, lui conseille une couleur de départ ; il reste libre d'en choisir une autre, et elle peut changer au chapitre suivant
5. **L'activité commune** : une manipulation concrète qui pose la question du chapitre. En classe, le temps manque parfois pour la faire : c'est un bon moment à partager à la maison, si vous en avez le temps ; sinon, ce n'est pas grave
6. **Les exercices à sa couleur** : le plus souvent en trois thèmes, trois listes d'exercices : il fait ceux qui portent sa pastille, dans l'ordre. Un repère pour vous rassurer : dans chaque thème, l'exercice 1 est commun à toute la classe, puis les cinq ou six premiers exercices de sa couleur donnent déjà l'essentiel ; la suite sert à répéter, consolider, approfondir, car c'est la répétition qui fait la mémoire
7. **Les ateliers** : en fin de chapitre, un atelier tableur ou géométrie dynamique, un atelier Scratch, et un coin calculatrice pour bien s'en servir le jour de l'examen
8. **L'évaluation** : une heure sur 20, neuf automatismes puis deux problèmes, avec un corrigé entièrement détaillé : de quoi savoir précisément où il en est

Les rituels d'automatismes : 7 minutes qui font tout le programme

Notre cerveau oublie vite : quelques jours après un cours, il n'en reste pas grand-chose, et c'est mesuré depuis plus d'un siècle (la « courbe de l'oubli »). La parade : **revoir peu, mais souvent, au bon moment**. C'est ce que font les rituels de ce livre : 7 minutes au début de chaque cours, trois rituels par semaine, où reviennent les chapitres terminés, les acquis des années passées et les classiques du brevet, jamais le chapitre en cours. En fin d'année, tout le programme a été revu des dizaines de fois, sans bachotage.

La première question est toujours à la portée de tous, pour démarrer par une réussite. Les rituels sont menés par le professeur en début de cours ; sinon, ils se font très bien en autonomie, 7 minutes, trois fois par semaine, chrono en main (ils sont regroupés en fin de livre, les réponses tête en bas sous chacun). C'est le meilleur rapport temps passé sur progrès de tout le livre.



Sans révision, on oublie. Avec des rappels courts aux bons moments, on retient presque tout : c'est le principe des rituels.

Un rituel, concrètement

1. Calcule : $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$
2. Calcule 7^2.
3. 4 kg de pommes coûtent 36 €. Combien coûtent 7 kg ?
4. Il est 9 h 20. Quelle heure sera-t-il dans 70 minutes ?
5. Calcule $3^2 + 4^2$. Le résultat est-il le carré d'un entier ?
6. Un rectangle a un périmètre de 28 cm et une aire de 24 cm². Quelles sont ses dimensions ?

Comment le lire ? Ici pas de parcours : **tout le monde essaie tout**. La première question est à la portée de tous, la dernière fait chercher même les plus rapides, et entre les deux chacun prend les questions dans l'ordre qu'il veut en 7 minutes. **Personne n'est censé finir, et ce n'est pas le but** : ce qui compte, c'est réussir ses premières questions chaque jour (c'est comme ça que la confiance revient) et se frotter aux suivantes, même à celles qui paraissent trop dures.

Pour vous, collègue professeur

Ce livre est un outil, pas une méthode imposée : vous connaissez vos classes, il s'adapte à votre pratique, et sûrement pas l'inverse. La méthode PédagoPi est racontée dans l'avant-propos, p. **4** ; ici, ce que le livre contient et comment je l'utilise en classe. Page suivante : vos rituels d'automatismes dans votre progression.

Quatre parcours, une seule liste

Une seule liste d'exercices par chapitre, quatre parcours dedans : chaque exercice porte un numéro unique et des pastilles de couleur. Toute la classe travaille la même notion au même moment, chacun à son rythme, et « on corrige le 12 » veut dire la même chose pour tous. En début de chapitre, un test de cinq questions conseille à chacun une couleur de départ ; l'élève reste libre d'en choisir une autre, et d'en changer en cours de chapitre, selon le jour, la forme, la notion. Et un élève Tremplin vient goûter au moins un exercice Socle avant la fin de chaque chapitre.

- **Tremplin** reprendre confiance
- **Socle** maîtriser l'essentiel
- **Mention** aller plus loin
- **PSG** la ligue des champions

Une séance possible, telle que je la vis

L'autonomie des élèves au service de la différenciation, ça peut faire peur. Mais ce livre a été conçu par un professeur et pour les professeurs : j'ai voulu simplifier au maximum la mise en œuvre, tout en conservant une dynamique de classe. Voici mon déroulé, à adapter à votre pratique.

1. **Entrée en classe, rituel d'automatismes** : 7 minutes chrono, projeté, et je ne le corrige pas : les élèves s'autocorrigent avec les réponses tête en bas.
2. **Un temps de leçon** : avec le cours en une page du livre, ou avec le vôtre.
3. **L'exercice 1, tous ensemble** : il est commun aux quatre pastilles, parfois un peu dur pour Tremplin, et c'est voulu : il donne l'élan à toute la classe avant que chacun parte dans son parcours.
4. **Les parcours, en autonomie** : chacun suit ses pastilles, les corrigés font tourner les séries, et je suis libre pour l'élève qui a besoin de moi. En l'accompagnant, je lui explique aussi la démarche, pour qu'il soit ensuite le plus autonome possible.

Mon repère : après l'exercice 1 commun, les cinq ou six premiers exercices de chaque pastille couvrent toutes les notions ; la suite est de la répétition, et c'est elle qui fait la mémoire.

D'où viennent ces choix ?

Pages d'histoire, automatismes quotidiens, pédagogie explicite avec exercices types corrigés, répétition espacée, progression spiralée, différenciation dans une liste commune : ces choix s'inspirent du rapport Torossian-Villani de 2018, réunis dans un objet directement utilisable en classe. Et le tissage : dans chaque chapitre, des exercices à pastille violette font retravailler une notion de l'année précédente au service de la notion du jour, jamais un autre chapitre de 3e.

Ateliers numériques et calculatrice

Une page par chapitre, volontairement classique : GeoGebra quand la notion s'y prête, tableur sinon, commandes exactes fournies ; le coin calculatrice est calé sur la NumWorks. À prendre ou à laisser selon votre équipement.

Vos rituels d'automatismes dans votre progression : mode d'emploi

Les rituels d'automatismes de ce livre ne sont pas « que » des automatismes type brevet. Leur rôle : ancrer les notions qui viennent d'être apprises, pour qu'elles ne s'oublient pas et que les élèves gagnent en rapidité, et préparer celles qui arrivent. Pour cela, ils doivent suivre la progression du professeur : c'est pourquoi nous les reconstruisons dans votre ordre, gratuitement, sur pedagopi.org (Espace profs).

1. **Le sommaire du livre, c'est sa progression.** Les 90 rituels imprimés en fin de livre la suivent : un rituel ne porte jamais sur le chapitre en cours, il fait revenir ce qui est terminé et réactive ce dont le chapitre suivant aura besoin.
2. **Vous avez votre propre sommaire ? Donnez-le-nous.** L'ordre de vos chapitres, saisi sur pedagopi.org (Espace profs) ou envoyé comme vous voulez, même en photo.
3. **Un nouveau livret de rituels est fabriqué pour vous.** Ce sont les mêmes questions, seulement déplacées : chacune revient au bon moment par rapport à VOTRE progression. Gratuit, au format numérique, réponses comprises, à projeter ou à imprimer.

> **Un exemple concret.** Le livre place le théorème de Thalès en chapitre 6 ; vous le faites en chapitre 2. Avec les rituels du livre, les questions sur Thalès n'arriveraient qu'à la semaine 13 : trop tard, vos élèves l'auront en partie oublié. Dans votre livret, elles reviennent dès la semaine qui suit votre chapitre, puis quelques semaines plus tard, puis encore une fois dans l'année : à chaque fois une ou deux questions, en 7 minutes de début de cours. Vos élèves retravaillent la notion régulièrement, sans que vous ayez rien à préparer, et elle ne s'oublie pas. Et les deux semaines qui précèdent votre chapitre suivant réactivent déjà ce dont il aura besoin.

Vous le faites sûrement déjà : quelques questions flash en début d'heure, pour automatiser les petits calculs, rappeler les notions vues et préparer les prochaines. C'est exactement l'esprit de ces rituels. Et pour que ce soit le plus efficace possible, une seule chose nous manque : votre progression. Avec elle, nous refabriquons les rituels d'automatismes dans votre ordre, sur pedagopi.org, Espace profs.

Vous voulez seulement les automatismes ?

C'est exactement ça : le livret est autonome, réponses comprises, à projeter ou à imprimer vous-même, sans rien acheter. Rendez-vous sur pedagopi.org, Espace profs.

Le nombre de chapitres ne vous convient pas ?

L'Espace profs de pedagopi.org permet aussi de composer vos propres chapitres : douze ou vingt, nommés par vous, avec les 46 thèmes d'exercices déposés comme vous l'entendez, et le livret de rituels se cale dessus, toujours gratuitement.

Le brevet, mode d'emploi

Une épreuve, deux parties

Depuis la session 2026, l'épreuve de mathématiques du brevet dure 2 heures et est notée sur 20 points, en deux parties bien distinctes. La Partie 1 teste tes automatismes, sans calculatrice. La Partie 2 te propose des problèmes, calculatrice autorisée. Tout ce que ce livre t'a fait travailler, rituels compris, correspond exactement à ce format : le jour J, tu seras en terrain connu.

2 h
une seule épreuve

20
points en tout

6 pts
Partie 1 · automatismes
sans calculatrice

14 pts
Partie 2 · problèmes
calculatrice autorisée

Mais concrètement, à quoi ressemble le sujet ? Voici deux extraits, écrits exactement dans la forme d'un vrai sujet : mêmes titres, mêmes consignes, même façon de poser les questions.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1
Donner une écriture du nombre 0,25 sous la forme d'une fraction.

Question 2
Calculer la somme $-3{,}8 + 5{,}2$.

Question 3
Un article coûte 40 €. Son prix augmente de 15 %. Quel est son nouveau prix ?

… et six autres questions du même genre, jusqu'à la question 9.

Neuf questions courtes, de plus en plus difficiles : la première est à la portée de tous, la dernière fait chercher. La forme exacte de cette partie peut encore évoluer d'une session à l'autre ; ce qui ne change pas, c'est l'entraînement. Les rituels de ce livre posent les mêmes automatismes, en question ouverte : quand on sait produire la réponse, aucune forme de question ne pose plus de difficulté.

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La calculatrice est autorisée. Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte.

Exercice 3 (3 points)

On souhaite fabriquer des sachets de bonbons. On dispose de 84 bonbons à la fraise et de 126 bonbons au caramel. Tous les sachets contiennent le même nombre de bonbons à la fraise, tous les sachets contiennent le même nombre de bonbons au caramel, et tous les bonbons sont utilisés.

1. Peut-on constituer 14 sachets ?

2. La décomposition en facteurs premiers de 84 est $2^2 \times 3 \times 7$. Quelle est la décomposition en facteurs premiers de 126 ?

3. Quel nombre maximal de sachets pourra-t-on constituer ? Quelle sera alors la composition de chaque sachet ?

… un sujet compte quatre exercices de ce genre.

Un contexte, puis des questions qui montent en difficulté. La question 2 te donne un résultat pour t'aider : ce genre de coup de pouce est fréquent, sers-t'en. Les exercices d'un sujet valent entre 2 et 5 points chacun, et le reste des points récompense la qualité de la rédaction.

Un conseil pour chaque partie

Partie 1 : les automatismes (20 minutes, 6 points)

Neuf questions courtes, sans calculatrice : calcul mental, fractions, pourcentages, image par une fonction, petite équation, notation scientifique, probabilité d'un tirage, lecture d'un diagramme... De plus en plus difficiles : la première est à la portée de tous, la dernière fait chercher. Point capital : une réponse fausse n'enlève aucun point, donc on répond toujours, même quand on hésite. Si une question résiste, passe et reviens à la fin.

Partie 2 : les problèmes (14 points, calculatrice autorisée)

Plusieurs exercices indépendants, notés sur 14 points au total, dont 2 points réservés à la rédaction et à la présentation de ta copie. Les thèmes balayent l'année : géométrie avec Pythagore, Thalès ou trigonométrie, fonctions, calcul littéral et équations, probabilités ou statistiques, grandeurs et volumes. Les exercices sont indépendants : tu peux les faire dans l'ordre que tu veux, commence par celui où tu te sens fort.

Et quatre conseils qui valent pour les deux parties

Gérer ton temps : prends une montre

Une montre classique, non connectée, au poignet : elle est autorisée, et c'est bien plus sûr que d'espérer une horloge dans la salle. Après la Partie 1, il te reste 1 h 40 pour la Partie 2, soit environ 20 minutes par exercice. Premier réflexe : lis tout le sujet en 3 minutes et repère ton exercice préféré. Règle d'or : jamais plus de 5 minutes bloqué sur une question, saute-la, la suivante est souvent indépendante (« on admet que... » te donne même la réponse pour continuer). Garde 5 minutes à la fin pour relire tes conclusions et vérifier les unités.

Rédiger pour ramasser les points

Une réponse juste sans justification perd des points, une démarche claire avec une erreur de calcul en garde beaucoup. Le trio gagnant, celui des rubriques « Bien rédiger » de ce livre : j'écris les données et la propriété que j'utilise (« le triangle est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore... »), je pose le calcul, je conclus par une phrase avec l'unité. Et quand tu ne sais pas finir un exercice, écris toutes tes traces de recherche : au brevet, tout essai est valorisé, même un petit.

Les pièges qui coûtent cher

Les mêmes erreurs reviennent chaque année : oublier l'unité ou en mélanger deux (des cm avec des m), arrondir trop tôt au lieu de garder la valeur exacte (surtout avec π), oublier le mode degré de la calculatrice en trigonométrie, répondre à côté de la question. Relis la question après avoir répondu : est-ce bien ce qu'on te demandait ?

Le jour J

Prépare ton sac la veille : calculatrice chargée (mode examen si demandé), règle, équerre, compas, rapporteur, stylos, crayon, gomme. Arrive en avance, dors bien, mange le matin. Et rappelle-toi : la question 1 est à la portée de tous, comme la question 1 de tes rituels. Commence par ce que tu sais faire, le reste suivra.

CHAPITRE 1

Nombres premiers et fractions

Environ deux semaines · Les nombres premiers façon brevet, et les fractions travaillées depuis la base, sans se presser.

Pour commencer, une histoire

· **SOPHIE GERMAIN** · la mathématicienne qui n'avait pas le droit d'exister · première lauréate du Grand Prix de l'Académie des sciences

Le décor. Paris, fin des années 1700. À cette époque, une fille ne décide de rien : pas de lycée pour elle, pas d'université, et la loi la place toute sa vie sous l'autorité de son père, puis de son mari. Étudier les sciences quand on est une fille ? Inutile, disent les adultes. Dangereux pour la santé, affirment même très sérieusement certains médecins de l'époque.



À quoi ça sert, aujourd'hui et demain ?
Il y a 2 300 ans, Euclide démontrait qu'il existe une infinité de nombres premiers, sans imaginer le moindre usage. Ce sont eux, aujourd'hui, qui verrouillent chaque paiement en ligne : deux nombres premiers géants, faciles à multiplier, presque impossibles à retrouver. Demain, ils protégeront les monnaies numériques et tes données de santé.

L'étincelle (1789). **Sophie Germain** a 13 ans. Dehors, c'est la Révolution française, les rues sont dangereuses, on la garde à la maison. Pour tuer l'ennui, elle lit tout ce que contient la bibliothèque de son père. Un jour, elle tombe sur l'histoire d'**Archimède**, le plus grand savant de l'Antiquité. Quand l'armée romaine a envahi sa ville, un soldat a surgi chez lui. Archimède, penché sur une figure de géométrie tracée au sol, ne l'a même pas regardé : « Ne dérange pas mes cercles. » Furieux, le soldat l'a tué. Sophie referme le livre, bouleversée : qu'est-ce que cette science si passionnante qu'on peut en oublier une guerre ? Elle veut savoir.

Ils lui confisquent les bougies. Ils la retrouvent au matin, endormie sur ses calculs.

Les bougies confisquées. Ses parents sont horrifiés : les mathématiques, pour une fille ! Ils lui confisquent les bougies, le chauffage, jusqu'à ses vêtements de nuit, pour l'empêcher d'étudier une fois couchée. Ils la retrouvent au matin, endormie sur ses calculs, enroulée dans ses draps, près d'une bougie cachée. Ils finissent par céder.

« Monsieur Le Blanc » (1794). L'École polytechnique vient d'ouvrir. Interdite aux femmes, évidemment. Sophie ne peut pas s'y asseoir, mais elle récupère les polycopiés des cours. Et pour rendre ses devoirs, elle emprunte le nom d'un ancien élève, M. Le Blanc. Le professeur qui corrige s'appelle **Joseph-Louis Lagrange**, l'un des plus grands mathématiciens d'Europe. Intrigué par les copies brillantes de ce « M. Le Blanc », il exige de le rencontrer… et découvre une jeune femme de 18 ans. Coup de théâtre : au lieu de la dénoncer, il devient son protecteur.

Première femme à remporter le Grand Prix de l'Académie des sciences, et la première à obtenir le droit d'y siéger.

Gauss (1804-1806). Il y a alors en Allemagne un jeune génie que toute l'Europe admire : **Carl Friedrich Gauss**, le « prince des mathématiciens ». Sophie dévore son grand livre sur les nombres, puis ose lui écrire, toujours signée « M. Le Blanc ». Gauss répond avec enthousiasme à ce mystérieux correspondant français. En 1806, l'armée de Napoléon envahit l'Allemagne. Sophie repense au soldat romain et à Archimède : et si Gauss subissait le même sort ? Elle supplie un général de le protéger. Le général la protège, et vend la mèche : c'est une demoiselle Germain qui s'inquiète pour vous. Gauss, stupéfait, écrit alors à Sophie une lettre restée célèbre : pour une femme, surmonter tant d'obstacles et percer quand même les secrets des nombres, c'est la preuve « du plus noble courage et d'un génie tout à fait extraordinaire ».

Ses nombres valent des milliards. Un dernier détail, et pas des moindres. Les nombres premiers qu'elle étudiait pour le plaisir sont devenus le coffre-fort du monde moderne : chaque paiement en ligne, chaque carte bancaire et chaque cryptomonnaie reposent sur des nombres premiers géants, impossibles à deviner. Certains des siens, dits « sûrs », servent encore aux cryptographes d'aujourd'hui.

La suite. Sophie Germain s'attaque ensuite à l'énigme la plus célèbre des mathématiques : le grand théorème de **Fermat**, griffonné dans la marge d'un livre avec cette phrase légendaire : « J'en ai une démonstration merveilleuse, mais la marge est trop petite pour la contenir. » Sophie Germain fait le plus grand pas en avant de son époque, grâce à une famille de **nombres premiers** qui porte aujourd'hui son nom, et que tu vas croiser dans ce chapitre. En 1816, elle devient la première femme à remporter le Grand Prix de l'Académie des sciences. Le parcours PSG de ce livre porte son nom.

Le cours en une page · tout le chapitre tient ici

NOMBRES PREMIERS ET FRACTIONS

décomposer, simplifier, calculer, et prendre une fraction d'une quantité

① NOMBRES PREMIERS ET DIVISEURS

Diviseur / multiple : $12 = 3 \times 4$, donc 3 et 4 divisent 12, et 12 est un multiple de 3 et de 4. Diviseurs de 12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Nombre premier : exactement deux diviseurs, 1 et lui-même. La liste jusqu'à 30, à connaître : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Décomposer : tout entier est un produit de facteurs premiers, d'une seule façon. Méthode conseillée, couper petit à petit : $60 = 10 \times 6 = 2 \times 5 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3 \times 5$.

Méthode des divisions en cascade (à connaître aussi) : on divise par le plus petit nombre premier possible (2, puis 3, 5, 7…) jusqu'à arriver à 1 ; les facteurs se lisent dans la colonne de droite. Les deux méthodes donnent toujours le même résultat.

Critères de divisibilité :
par 2 : finit par 0, 2, 4, 6, 8 (128 ✓)
par 3 : somme des chiffres divisible par 3 (741 → 7 + 4 + 1 = 12 ✓)
par 5 : finit par 0 ou 5 (235 ✓)
par 9 : somme des chiffres divisible par 9 (738 → 7 + 3 + 8 = 18 ✓)
par 10 : finit par 0 (480 ✓)

⚠ 1 n'est pas premier, et 2 est le seul nombre premier pair.

② FRACTIONS ÉGALES, FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

Fractions égales : on multiplie (ou divise) le numérateur (= en haut) ET le dénominateur (= en bas) par le même nombre : $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{30}{50}$. La valeur ne change pas.

Irréductible (= simplifiée au maximum) : on décompose numérateur et dénominateur, puis on barre les facteurs communs : $\frac{18}{60} = \frac{6 \times 3}{6 \times 10} = \frac{3}{10}$. Ce qui revient à diviser le haut et le bas par 6.

⚠ $\frac{18}{60}$ et $\frac{3}{10}$ sont LE MÊME nombre : simplifier ne change pas la valeur, seulement l'écriture.

③ LES QUATRE OPÉRATIONS

Additionner, soustraire : même dénominateur d'abord. $\frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$; $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

Multiplier : numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux (simplifie avant de calculer !) : $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Diviser : multiplier par l'inverse : $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$.

⚠ On n'additionne jamais les dénominateurs : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5}$.

④ FRACTION D'UNE QUANTITÉ · pour les problèmes

« de » = multiplier : les $\frac{3}{5}$ **de** 200, c'est $\frac{3}{5} \times 200 = 200 \div 5 \times 3 = 120$.

Fraction du reste : calcule d'abord le reste, puis repars de lui. « La moitié du reste » se calcule sur le reste, pas sur le total.

Fraction de fraction : les $\frac{2}{3}$ **de** la moitié = $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ (on multiplie).

⚠ Prendre une fraction, c'est multiplier, jamais additionner : les $\frac{3}{5}$ de 200 font 120, pas $200 + \frac{3}{5}$.

STOP Une question par tableau, réponds en un mot ou un chiffre. ① 17 est-il premier ? ② Rends $\frac{6}{8}$ irréductible. ③ Calcule $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$. ④ Calcule les $\frac{3}{4}$ de 40.

Réponses : ① oui · ② $\frac{3}{4}$ · ③ $\frac{3}{5}$ · ④ 30

Bien rédiger · la rédaction qui rapporte des points

Décomposer en produit de facteurs premiers (deux méthodes)

Énoncé. Décompose 90 en produit de facteurs premiers.

Rédaction attendue :

> **Méthode 1, couper petit à petit** (en s'aidant des critères de divisibilité) :
> $90 = 9 \times 10$, puis $9 = 3 \times 3$ et $10 = 2 \times 5$.
> Donc $90 = 3 \times 3 \times 2 \times 5 = \mathbf{2 \times 3^2 \times 5}$.
>
> **Méthode 2, les divisions en cascade** (on divise par le plus petit nombre premier possible) :
> $90 \mid 2 \rightarrow$ reste $45 \cdot 45 \mid 3 \rightarrow$ reste $15 \cdot 15 \mid 3 \rightarrow$ reste $5 \cdot 5 \mid 5 \rightarrow$ reste 1.
> Les facteurs se lisent dans l'ordre : $90 = \mathbf{2 \times 3^2 \times 5}$ (vérification : $2 \times 9 \times 5 = 90$ ✓)

Ce qui rapporte des points : les étapes visibles et le résultat final écrit avec les puissances. Les deux méthodes donnent toujours le même résultat : choisis celle qui te va.

Ma check-list : couper en produits ou diviser en cascade → que des facteurs premiers → regrouper en puissances → vérifier.

Simplifier une fraction (deux méthodes)

Énoncé. Rends la fraction $\frac{36}{40}$ irréductible.

Rédaction attendue :

> **Méthode 1, diviser le numérateur ET le dénominateur par le même nombre :**
> $\frac{36}{40} = \frac{36 \div 2}{40 \div 2} = \frac{18}{20}$, puis $\frac{18}{20} = \frac{18 \div 2}{20 \div 2} = \frac{9}{10}$. Donc $\frac{36}{40} = \mathbf{\frac{9}{10}}$.
>
> **Méthode 2, faire apparaître un facteur commun :**
> $\frac{36}{40} = \frac{4 \times 9}{4 \times 10} = \mathbf{\frac{9}{10}}$.
> $9 = 3 \times 3$ et $10 = 2 \times 5$ n'ont aucun facteur commun : la fraction est bien irréductible.

Ce qui rapporte des points : chaque étape écrite, la division appliquée en haut ET en bas (diviser seulement la fraction par 2 changerait sa valeur), et une fraction finale dont on est sûr qu'elle ne se simplifie plus. Les deux méthodes sont aussi bonnes l'une que l'autre, et la deuxième prépare le calcul littéral.

Ma check-list : diviser en haut ET en bas par le même nombre → recommencer tant que possible → plus aucun facteur commun.

Justifier une divisibilité

Énoncé. 126 est-il divisible par 3 ? par 5 ?

Rédaction attendue :

> $1 + 2 + 6 = 9$, et 9 est divisible par 3, donc **126 est divisible par 3**.
> 126 se termine par 6 (ni 0 ni 5), donc **126 n'est pas divisible par 5**.

Ce qui rapporte des points : le critère cité puis la conclusion, jamais un « oui » tout seul.

Ma check-list : citer le critère → l'appliquer → conclure par une phrase, jamais un « oui » tout seul.

Le classique des bouquets (type brevet)

Énoncé. Un fleuriste dispose de 36 roses et de 90 tulipes. Il veut composer des bouquets tous identiques, en utilisant toutes ses fleurs. a) Quel est le plus grand nombre de bouquets possible ? b) Combien de roses et de tulipes dans chaque bouquet ?

Rédaction attendue :

> a) Le nombre de bouquets doit diviser 36 ET 90 : je cherche le plus grand diviseur commun.
> Je décompose : $36 = 2^2 \times 3^2$ et $90 = 2 \times 3^2 \times 5$.
> Les facteurs communs sont $2 \times 3^2 = 18$, donc au maximum **18 bouquets**.
> b) $36 \div 18 = 2$ et $90 \div 18 = 5$: chaque bouquet contient **2 roses et 5 tulipes**.
> Vérification : $18 \times 2 = 36$ ✓ et $18 \times 5 = 90$ ✓

Ce qui rapporte des points : dire pourquoi on cherche un diviseur commun (les bouquets sont identiques et toutes les fleurs sont utilisées), montrer les deux décompositions, et vérifier à la fin. Ce raisonnement resservira tel quel au brevet, avec des crayons, des dragées ou des invités.

Ma check-list : dire pourquoi un diviseur commun → les deux décompositions → les facteurs communs → répondre → vérifier.

Tremplin : reprendre confiance · **Socle** : maîtriser l'essentiel · **Mention** : aller plus loin · **PSG** : la ligue des champions

Parcours pour toi, pour ce chapitre (5 minutes, sans aide)

a) Calcule 7×8.

b) Simplifie $\frac{6}{8}$.

c) Calcule $\frac{1}{4} + \frac{5}{8}$.

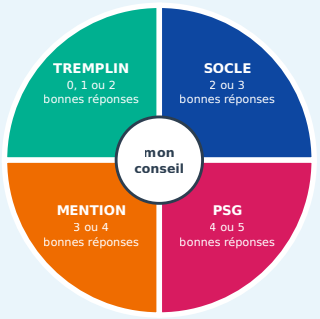
d) Décompose 60 en produit de facteurs premiers.

e) Calcule les $\frac{3}{4}$ de 60.

Compte tes bonnes réponses (elles sont tête en bas, juste dessous), puis lis la boussole.

Réponses : a) 56 · b) $\frac{3}{4}$ · c) $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$ · d) $2^2 \times 3 \times 5$ · e) $60 \div 4 \times 3 = 45$

Le code du vestiaire : on ne se moque de personne, jamais. Ni d'un voisin sur Tremplin, Socle ou Mention, ni de celui qui enchaîne les PSG. Dans une équipe, on ne siffle ni le gardien ni le buteur. Si ton voisin bloque, aide-le : expliquer, c'est réviser deux fois. Les couleurs changent, les copains restent.



Ton score ouvre deux couleurs ? C'est voulu : **c'est toi qui choisis**, ni trop dure ni trop facile pour toi.



Astuce : ta couleur n'est pas une étiquette. Elle se choisit chapitre par chapitre, parfois séance par séance, et c'est toi qui choisis.

Activité d'ouverture, à faire à la maison : le crible d'Ératosthène

Il y a 2 200 ans, Ératosthène, bibliothécaire d'Alexandrie, a inventé une machine à trouver les nombres premiers qui tient sur une grille. Retiens son nom : tu le retrouveras au chapitre 15, pour un calcul encore plus fou, le tour de la Terre mesuré avec un bâton et une ombre. Le principe : barre 1 (il n'est pas premier), entoure 2 puis barre tous les multiples de 2, entoure 3 puis barre tous les multiples de 3, et continue avec 5 puis 7. **La grille ci-dessous est vierge : fais tout toi-même, du début à la fin.** Tout ce qui reste debout est premier ! Compte-les : tu dois en trouver 25 entre 1 et 100. Question bonus : pourquoi peut-on s'arrêter après 7 sans rien vérifier d'autre ?

la grille est vierge : à toi de jouer, du début à la fin

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

barre 1, entoure chaque premier trouvé, barre ses multiples : 2, 3, 5, 7

Nombres premiers, diviseurs, décomposition

· fais les exercices qui portent ta pastille, dans l'ordre

Coup de pouce : ton cours en une page p. **20** · les modèles rédigés à imiter p. **21** · tous les corrigés en fin de chapitre. · Tes tables de multiplication sont p. **324** : garde-les ouvertes à côté de toi, s'en servir n'est pas tricher, c'est comme ça qu'on les retient.

1

Regarde d'abord : Diviseurs de 12 : je cherche les divisions qui tombent juste. 12 ÷ 1, 12 ÷ 2, 12 ÷ 3, 12 ÷ 4, 12 ÷ 6, 12 ÷ 12 : les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6, 12. Multiples de 4 : 4 × 0, 4 × 1, 4 × 2… donc 0, 4, 8, 12, 16…
À toi, complète : Diviseurs de 10 : 1, …, …, 10. Multiples de 5 inférieurs à 20 : 0, 5, …, …

Les deux mots du chapitre.

a) Écris tous les multiples de 3 inférieurs à 20.

b) Écris tous les diviseurs de 20.

*→ voir cours, tableau ①, p. **20***

Exercice commun à toute la classe. Trop dur ? Pas de panique : l'exercice suivant de ta couleur reprend tout depuis le début. Et change de couleur si tu en ressens le besoin.

2

Calcule de tête :

a) 6 × 7 b) 8 × 4 c) 9 × 6 d) 7 × 7

e) 24 ÷ 6 f) 45 ÷ 9 g) 30 ÷ 5 h) 56 ÷ 8

*→ voir cours, tableau ①, p. **20** · la table de Pythagore (tes tables de multiplication), p. **324***

3

a) Écris trois multiples de 8.

b) 42 est-il un multiple de 6 ? de 4 ?

c) Entoure les diviseurs de 12 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12.

*→ voir cours, tableau ①, p. **20** · modèle « Décomposer en produit de facteurs premiers (deux méthodes) », p. **21***

4

Regarde d'abord : 90 = 2 × 45 = 2 × 3 × 15 = 2 × 3 × 3 × 5, donc 90 = 2 × 3² × 5
À toi, complète : 126 = 2 × 63 = 2 × 3 × … = 2 × 3² × …

Décompose en produit de facteurs premiers :

a) 60 b) 84 c) 150

60	2
30	…
…	…
…	…
1	

84	2
42	…
…	…
…	…
1	

150	…
…	…
…	…
…	…
1	

5

Une fleuriste dispose de 180 tulipes et 70 roses. Elle veut composer des bouquets tous identiques en utilisant toutes ses fleurs.

a) Peut-elle faire 10 bouquets ?

b) Quel est le nombre maximal de bouquets ?

c) Combien de tulipes et de roses dans chacun ? type brevet

6

Entoure les nombres premiers : 2, 4, 5, 9, 11, 15, 21, 23.

7

Écris la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 30.

→ Passerelle : tu es en Tremplin ? Si tu réussis cet exercice, et si tu le souhaites, tu peux passer en Socle.

8

234 est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 5 ? par 9 ? Justifie avec les critères de divisibilité.

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

9

Le nombre 231 est-il premier ? Justifie. Et 41 ?

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

10

On veut recouvrir entièrement un mur de 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur avec des carreaux carrés tous identiques, les plus grands possibles, sans découpe.

a) Quelle est la taille des carreaux ?

b) Combien en faut-il ?

→ Passerelle : tu es en Socle ? Si tu réussis cet exercice, et si tu le souhaites, tu peux passer en Mention.

11

Deux bus partent de la gare à 7 h 00 : la ligne A repart toutes les 12 min, la ligne B toutes les 15 min. À quelle heure repartiront-ils ensemble pour la première fois ?

12

Un pâtissier dispose de 270 framboises et 840 fraises. Il veut faire des lots tous identiques en utilisant tous ses fruits.

a) Décompose 270 et 840 en produits de facteurs premiers (calculatrice autorisée).

b) Combien de lots au maximum ?

c) Quelle est la composition d'un lot ? type brevet

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

13 9 6

Démontre que la somme de deux multiples de 7 est toujours un multiple de 7. (Écris-les $7k$ et $7p$.)

14 7

Trois enseignes lumineuses clignotent : toutes les 12 s, 15 s et 18 s. Elles viennent de s'allumer ensemble à 20 h 00.

a) À quelle heure s'allumeront-elles ensemble la prochaine fois ?

b) Combien de fois s'allumeront-elles ensemble entre 20 h et 21 h ?

15 8

a) Décompose 360 en produit de facteurs premiers.

b) Combien 360 a-t-il de diviseurs ? Cherche une méthode qui évite de tous les écrire… puis vérifie-la sur 12.

16 9

Un nombre s'écrit avec deux chiffres, a puis b : il vaut donc $10a + b$. Démontre que s'il est divisible par 3, alors $a + b$ l'est aussi. (Indice : $10a = 9a + a$.)

17 10

La vente de charité. Une association dispose de 756 dragées et de 630 caramels. Elle veut préparer des sachets tous identiques, en utilisant toutes les confiseries, et en préparer le plus possible. Chaque sachet vide coûte 0,15 € ; chaque sachet garni sera vendu 2,50 €. L'association affirme : « Si nous vendons tout, il nous restera plus de 280 € une fois payés les sachets vides. » A-t-elle raison ? Argumenter la réponse en précisant la démarche. (type brevet, toute trace de recherche sera valorisée)

→ *voir cours, tableau ①, p.* ***20***

18 11

La question de la marraine. Un nombre premier p est appelé nombre premier de Sophie Germain lorsque $2p + 1$ est aussi un nombre premier (exemple : 5, car $2 \times 5 + 1 = 11$ est premier).

a) 7 est-il un nombre premier de Sophie Germain ? Justifie.

b) Trouve tous les nombres premiers de Sophie Germain inférieurs à 30.

c) 41 est-il un nombre premier de Sophie Germain ?

19 8 10 10 tissage

Trois stylos identiques coûtent 2,40 €.

a) Combien coûtent 7 stylos ?

b) Écris le prix d'un seul stylo sous la forme d'une fraction d'euro irréductible.

Aide : La proportionnalité de 4e suffit : trouve d'abord le prix d'UN stylo.

Mission accomplie ! *Bascule en Socle.*

Tissage : une notion de l'an dernier au service de celle-ci. Pas réussi ? Ce n'est pas grave : continue tranquillement ta liste, tu y reviendras plus tard.

Fractions : opérations et irréductibilité

· fais les exercices qui portent ta pastille, dans l'ordre

Coup de pouce : ton cours en une page p. **20** · les modèles rédigés à imiter p. **21** · tous les corrigés en fin de chapitre. · Tes tables de multiplication sont p. **324** : garde-les ouvertes à côté de toi, s'en servir n'est pas tricher, c'est comme ça qu'on les retient.

20 9 11 11 12

Regarde d'abord : $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$
À toi, complète : $\frac{9}{12} = \frac{9 \div \ldots}{12 \div \ldots} = \ldots$

Simplifie :

a) $\frac{4}{8}$ b) $\frac{6}{9}$ c) $\frac{10}{15}$

Exercice commun à toute la classe. Trop dur ? Pas de panique : l'exercice suivant de ta couleur reprend tout depuis le début. Et change de couleur si tu en ressens le besoin.

21 10

Complète :

a) $\frac{1}{2} = \frac{\ldots}{4}$ b) $\frac{2}{3} = \frac{\ldots}{6}$ c) $\frac{3}{5} = \frac{\ldots}{10}$

→ *voir cours, tableaux ② et ③, p.* ***20*** *· modèle « Simplifier une fraction (deux méthodes) », p.* ***21***

22 11

Calcule :

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ b) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$ c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$

23 12 12 12 13

Regarde d'abord : $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
À toi, complète : $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{\ldots}{12} + \frac{1}{12} = \ldots$

Calcule à la chaîne (mets d'abord au même dénominateur) :

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$
d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ f) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
g) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ h) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

24 13 13 13 14

Multiplie à la chaîne (numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux, simplifie quand c'est possible) :

a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$
b) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$
c) $\frac{3}{4} \times 5$
d) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$
e) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$
f) $\frac{4}{7} \times \frac{7}{4}$
g) $2 \times \frac{5}{8}$
h) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
i) $\frac{10}{21} \times \frac{14}{15}$ (simplifie AVANT de multiplier, ça change tout)

Aide : Simplifie en diagonale avant de multiplier : 10 et 15 par 5, 14 et 21 par 7.

25 14

Rends irréductible en utilisant les décompositions en facteurs premiers :

a) $\frac{12}{18}$ b) $\frac{36}{60}$ c) $\frac{84}{150}$

26 15 14 15

Divisions, résultats irréductibles (diviser, c'est multiplier par l'inverse) :

a) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$ b) $\frac{4}{3} \div \frac{5}{7}$ c) $\frac{15}{14} \div \frac{25}{28}$
d) $\frac{4}{5} \div \frac{8}{15}$ e) $\frac{5}{6} \div 10$

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

27 16

Calcule et donne le résultat en fraction irréductible :

a) $\frac{1}{4} + \frac{5}{8}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$
d) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$ e) $\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$ f) $2 - \frac{3}{7}$

28 17 15 16

Les séries complètes, résultats irréductibles. Additions et soustractions :

a) $\frac{5}{12} + \frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$ c) $\frac{7}{12} + \frac{11}{18}$
d) $\frac{9}{10} - \frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{6} + \frac{3}{10}$ f) $\frac{11}{14} - \frac{1}{4}$

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

29 14 18 16 tissage

Pour un gâteau de 4 personnes, Inna utilise $\frac{3}{4}$ de litre de lait.

a) Quelle quantité de lait pour 8 personnes ? Donne le résultat en fraction, puis en litres avec une virgule.

b) Et pour 2 personnes ?

Aide : Le double d'une fraction : on multiplie le numérateur par 2. La moitié : on multiplie le dénominateur par 2.

Mission accomplie ! *Bascule en Socle.*

Tissage : une notion de l'an dernier au service de celle-ci. Pas réussi ? Ce n'est pas grave : continue tranquillement ta liste, tu y reviendras plus tard.

30 19 17 17

Regarde d'abord : $\frac{14}{77} \times \frac{22}{21}$. Sans réfléchir : 14 × 22 = 308 et 77 × 21 = 1617, puis il faut réduire $\frac{308}{1617}$… bon courage. En simplifiant AVANT, en diagonale : 14 et 21 par 7, 22 et 77 par 11, il reste $\frac{2}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{21}$. Mêmes règles, dix fois moins de calcul.
À toi, complète : $\frac{15}{44} \times \frac{33}{25}$: 15 et 25 par …, 33 et 44 par …, il reste $\frac{\ldots}{4} \times \frac{3}{\ldots} = \ldots$

Multiplications, résultats irréductibles (simplifie avant de multiplier, en diagonale quand c'est possible) :

a) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$ b) $3 \times \frac{2}{7}$ c) $\frac{7}{9} \times \frac{27}{14}$
d) $\frac{9}{4} \times \frac{8}{3}$ e) $\frac{2}{7} \times \frac{3}{7}$ f) $\frac{15}{44} \times \frac{33}{25}$
g) $\frac{26}{45} \times \frac{35}{39}$ h) $\frac{34}{57} \times \frac{38}{51}$

31 18 18

a) Décompose 360 et 756 en produits de facteurs premiers.

b) Rends irréductible la fraction $\frac{360}{756}$.

c) Simplifie sans calculatrice : $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5}{2^3 \times 3^5 \times 10}$

32 19 19

Calcule en respectant les priorités, résultat irréductible :

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{5}$

b) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \div \frac{5}{6}$

c) $(\frac{7}{4} - \frac{5}{6}) \div \frac{7}{12}$

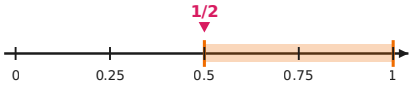
d) $\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{5}{6}$

e) $(\frac{2}{3})^2 + \frac{1}{3}$

f) $(1 - \frac{1}{4}) \times (1 + \frac{1}{3})$

33 20 20

Range dans l'ordre croissant sans calculatrice : $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{3}$. (Indice : mets tout au dénominateur 60.)



34 21

Sans calculatrice : qui est le plus grand, $\frac{2013}{2014}$ ou $\frac{2014}{2015}$? Justifie par un calcul, pas par une intuition.

35 22

Montre que pour tout entier $n \geq 1$, la fraction $\frac{n}{n+1}$ est toujours irréductible.

Petits problèmes de fractions

· fais les exercices qui portent ta pastille, dans l'ordre

Coup de pouce : ton cours en une page p. **20** · les modèles rédigés à imiter p. **21** · tous les corrigés en fin de chapitre. · Tes tables de multiplication sont p. **324** : garde-les ouvertes à côté de toi, s'en servir n'est pas tricher, c'est comme ça qu'on les retient.

36

> **Regarde d'abord :** $\frac{2}{3}$ de 12 : 12 ÷ 3 = 4, puis 4 × 2 = 8
> **À toi, complète :** $\frac{3}{4}$ de 8 : 8 ÷ 4 = …, puis … × 3 = …

Calcule à la chaîne :

a) $\frac{1}{4}$ de 8 b) $\frac{1}{4}$ de 20 c) $\frac{2}{5}$ de 10

Exercice commun à toute la classe. Trop dur ? Pas de panique : l'exercice suivant de ta couleur reprend tout depuis le début. Et change de couleur si tu en ressens le besoin.

37

Calcule :

a) la moitié de 100

b) le quart de 100

c) les $\frac{3}{4}$ de 100

d) les $\frac{3}{5}$ de 200 €

e) les $\frac{2}{3}$ de 120 km

→ *voir cours, tableau ④, p.* ***20***

38

Un sac contient 60 billes. Les $\frac{2}{5}$ sont rouges. Combien y a-t-il de billes rouges ?

39

Calcule à la chaîne :

a) $\frac{5}{8}$ de 24 b) $\frac{7}{10}$ de 250 c) $\frac{4}{3}$ de 27

40

Dans un collège de 600 élèves, les $\frac{3}{5}$ sont demi-pensionnaires. Combien y a-t-il d'externes ? type brevet

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

41

Un bidon de 240 L est rempli aux $\frac{3}{4}$.

a) Quel volume d'eau contient-il ?

b) On utilise 60 L : quelle fraction du bidon reste-t-il remplie ?

Mission accomplie ! *Bascule en Socle.*

42

Lundi, un jardinier plante les $\frac{2}{5}$ de ses 60 tulipes. Mardi, il plante la moitié du reste. Combien de tulipes lui reste-t-il à planter ?

43

Deux pizzas identiques. Fatima mange les $\frac{3}{8}$ de la sienne, Michel les $\frac{2}{5}$ de la sienne. Qui a mangé le plus ? Justifie en comparant les deux fractions.

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

44

Trois amis achètent un cadeau à 90 €. Le premier paie $\frac{1}{3}$ du prix, le deuxième $\frac{2}{5}$.

a) Quelle fraction du prix paie le troisième ?

b) Donne la part de chacun en euros.

45

Une course nature de 20 km : je cours les $\frac{2}{5}$ du parcours, j'en fais le quart à vélo et je marche le reste. Combien de kilomètres à pied ?

46

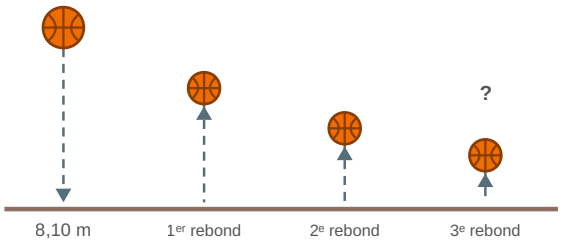
Une course nature : je cours les $\frac{3}{8}$ du parcours, j'en fais le quart à vélo et je marche les 9 km restants. Quelle est la longueur totale du parcours ?

→ *voir cours, tableau ④, p.* ***20***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

47

Un ballon de basket rebondit à chaque fois aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur de chute. On le lâche de 8,10 m. À quelle hauteur remonte-t-il après le troisième rebond ? Donne la valeur exacte.



48

On colorie les $\frac{2}{3}$ d'une bande de papier, puis les $\frac{2}{3}$ de ce qui reste, et ainsi de suite. Après combien de coloriages reste-t-il moins d'un centième de la bande ? Justifie.

49

tissage

Calcule et donne chaque résultat en fraction irréductible : $A = -\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ · $B = (-\frac{2}{3}) \times \frac{9}{8}$.

Tissage : une notion de l'an dernier au service de celle-ci. Pas réussi ? Ce n'est pas grave : continue tranquillement ta liste, tu y reviendras plus tard.

Atelier tableur · Le crible des diviseurs

Outil : Un tableur, au choix : LibreOffice Calc, Excel ou Google Sheets. Les formules sont identiques dans les trois, et une seule fonction magique suffit : MOD, qui donne le reste d'une division.

Tu vas construire une machine qui teste d'un coup tous les diviseurs possibles d'un nombre, puis qui les compte à ta place. En changeant une seule cellule, tu pourras interroger n'importe quel nombre et débusquer un secret bien caché sur le nombre de diviseurs.

Les étapes, pas à pas (si tu débutes)

1. Ouvre une feuille de calcul vide. En A1 tape 1, en A2 tape `=A1+1`, puis recopie A2 vers le bas jusqu'à la ligne 30 (attrape la petite poignée en bas à droite de la cellule et tire) : la colonne A contient les entiers de 1 à 30.
2. En B1, tape le nombre à tester : 84.
3. En C1, tape `=SI(MOD($B$1;A1)=0;"diviseur";"")` puis Entrée. Traduction : si le reste de la division de B1 par A1 vaut 0, écris « diviseur », sinon n'écris rien. Les $ autour de B1 servent à bloquer cette référence pendant la recopie.
4. Recopie C1 vers le bas jusqu'à la ligne 30 : le mot « diviseur » s'affiche pile en face de chaque diviseur de 84.
5. En E1, tape `=NB.SI(C1:C30;"diviseur")` : la machine compte les diviseurs trouvés.
6. Change la valeur de B1 : tape 60, puis 30, puis 28. Tout le crible se met à jour instantanément.
7. Mets en B1 des nombres entre 2 et 30 de ton choix (essaie 13, 23, 29, puis 15, 21, 27) et note à chaque fois le compte affiché en E1.
8. Termine par 4, 9, 16 et 25, toujours en notant le compte de E1.

n	1	2	3	4	5	6
nombre de diviseurs	1	2	2	3	2	4

Tes observations

1. Avec 84 en B1, combien de diviseurs le compteur E1 affiche-t-il ? Liste-les en lisant la colonne C.
2. En réalité 84 a 12 diviseurs. Quels sont les deux que ton crible ne peut pas voir, et pourquoi ?
3. Pourquoi faut-il écrire `$B$1` et pas simplement `B1` dans la formule ? Que se passerait-il sinon pendant la recopie ?
4. Pour 13, 23 et 29, que vaut le compteur ? Comment reconnaît-on donc un nombre premier sur cette machine ?
5. Pour aller plus loin : quels sont les nombres qui ont un nombre impair de diviseurs ? Propose une explication en pensant aux diviseurs qui vont deux par deux.

Version expert : tu connais déjà le tableur ?

L'objectif. Construis une feuille où l'on écrit un nombre dans une cellule : elle affiche « diviseur » en face de chacun de ses diviseurs entre 1 et 30, et compte automatiquement combien il y en a. Quand on change le nombre, tout se met à jour tout seul.

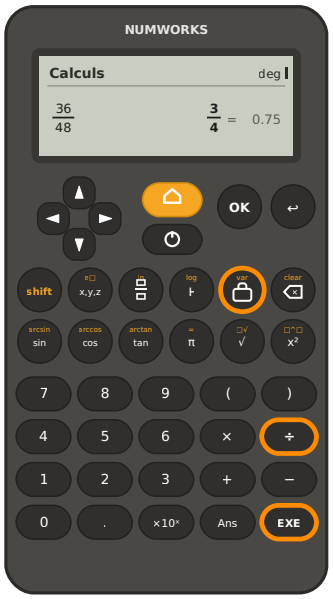
Le défi. Étends ton crible jusqu'à 100, puis ajoute une cellule qui affiche « premier » quand le compteur vaut exactement 2.

Ce qu'il faut retenir : Un nombre premier a exactement 2 diviseurs, ni plus ni moins : c'est ce que le compteur montre sans discuter. Et la dernière question cache une jolie propriété des diviseurs : la réponse complète t'attend dans le corrigé, en fin de chapitre, mais cherche d'abord !

Le coin calculatrice

· Fractions et facteurs premiers : fais parler ta NumWorks

Quoi	Comment	Exemple
Saisir une fraction en écriture naturelle	Tape le numérateur, la touche ÷, puis le dénominateur : la fraction s'affiche avec sa barre horizontale, comme sur ton cahier. Pour continuer le calcul après la fraction, sors du dénominateur avec la flèche droite.	36 ÷ 48 puis EXE : la fraction $\frac{36}{48}$ s'affiche à l'écran.
Lire l'exact et l'approché d'un seul coup d'œil	La NumWorks affiche les deux en même temps : le résultat exact à gauche de la ligne de résultat, la valeur approchée à droite. Aucune touche de conversion à chercher.	$\frac{36}{48}$ donne $\frac{3}{4}$ à gauche et 0,75 à droite.
Simplification automatique	Dès que tu valides avec EXE, la machine rend la fraction irréductible toute seule.	$\frac{12}{18}$ devient $\frac{2}{3}$.
Décomposer en facteurs premiers	Ouvre la boîte à outils (la touche avec la mallette), descends dans le menu Arithmétique, choisis la décomposition en facteurs premiers (factor), puis tape ton nombre.	factor(90) donne $2 \times 3^2 \times 5$, comme dans le cours.



La calculatrice du livre est la NumWorks Collège : les touches du chapitre sont entourées d'orange, et l'écran montre le calcul de l'exemple. Tu peux t'entraîner gratuitement sur l'émulateur en ligne numworks.com, ou avec l'application gratuite « NumWorks Scientifique » sur iOS et Android. Avec une autre marque, les mêmes touches existent sous d'autres noms.

⚠ **Le piège du chapitre :** Le curseur qui reste coincé dans la fraction. Après 4 ÷ 3, le curseur est encore dans le dénominateur : si tu tapes la suite du calcul sans sortir de la fraction avec la flèche droite, tout atterrit sous la barre. Avant de valider avec EXE, vérifie à l'écran que chaque nombre est bien à sa place, au-dessus ou au-dessous de la barre.

1. Saisis $\frac{36}{48}$ et valide : note le résultat exact affiché à gauche et la valeur approchée affichée à droite.
2. Décompose 411 puis 685 en facteurs premiers à la machine. Quel facteur commun apparaît ?
3. Calcule $\frac{1}{4} + \frac{5}{8}$ (pense à sortir de la première fraction avec la flèche droite avant de taper +).
4. Calcule $\frac{5}{6} \div \frac{10}{3}$ en surveillant l'écran : le résultat exact doit être une fraction toute simple.
5. Simplifie $\frac{84}{150}$ à la machine, puis décompose 84 et 150 : quels facteurs communs la machine a-t-elle barrés ?

Sans calculatrice (partie 1 du brevet) : Au brevet, la Partie 1 se fait sans calculatrice : les tables, les critères de divisibilité, la simplification des fractions simples et les petites décompositions (60, 84, 150) doivent tourner de tête.

Réponses. 1) $\frac{3}{4}$ à gauche, 0,75 à droite · 2) $411 = 3 \times 137$ et $685 = 5 \times 137$: le facteur commun est 137 · 3) $\frac{7}{8}$ · 4) $\frac{1}{4}$, soit 0,25 · 5) $\frac{14}{25}$; $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $150 = 2 \times 3 \times 5^2$: la machine a barré 2×3, c'est-à-dire divisé le haut et le bas par 6.

Évaluation de fin de chapitre

· 1 heure · sur 20 · 6 + 7 + 7

Partie A sans calculatrice (une quinzaine de minutes). Calculatrice autorisée ensuite, sauf indication contraire. Rédige comme dans les modèles « Bien rédiger » : les étapes comptent autant que le résultat.

*→ Une question te bloque ? Ton cours en une page est p. **20** · les modèles rédigés p. **21**, et au pire, les relire fait réviser.*

Partie A · Automatismes / 6

Sans calculatrice. Questions 1 à 6 : 0,5 point chacune. Questions 7 à 9 : 1 point chacune.

1. Décompose 12 en produit de facteurs premiers. / 0,5
2. Simplifie la fraction $\frac{15}{25}$. / 0,5
3. Calcule $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$. / 0,5
4. Cite tous les nombres premiers compris entre 10 et 20. / 0,5
5. Calcule les $\frac{2}{3}$ de 21. / 0,5
6. Calcule $\frac{2}{3} \times 9$. / 0,5
7. Calcule $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ et donne le résultat en fraction irréductible. / 1
8. Décompose 84 en produit de facteurs premiers. / 1
9. Éva a lu les $\frac{5}{8}$ d'un livre de 240 pages. Combien de pages lui reste-t-il à lire ? / 1

Problème 1 · le fleuriste / 7



Un fleuriste dispose de 42 roses et de 66 tulipes. Il veut composer des bouquets tous identiques, en utilisant toutes ses fleurs, sans qu'il en reste aucune.

a) Décompose 42 et 66 en produits de facteurs premiers. **/2**

b) Montre que le nombre maximal de bouquets est 6. **/2**

c) Que contient alors chaque bouquet ? **/1,5**

d) Il vend chaque bouquet 12,50 €. Quelle sera sa recette totale ? **/1,5**

Problème 2 · la kermesse / 7



La kermesse du collège a rapporté 1 200 € en tout.

a) Les $\frac{2}{5}$ de la recette viennent de la buvette : montre que la buvette a rapporté 480 €. **/2**

b) Le stand de crêpes a rapporté $\frac{1}{3}$ de la recette. Combien d'euros ? **/1,5**

c) Tout le reste vient de la tombola : montre que la tombola représente les $\frac{4}{15}$ de la recette. **/2**

d) La moitié de la recette de la tombola a servi à acheter les lots ; le reste est partagé à parts égales entre les quatre classes de 3e. Quelle fraction de la recette totale reçoit chaque classe ? Combien d'euros ? **/1,5**

Pour l'adulte qui accompagne : trois questions à poser sur ce chapitre, aucune maths à faire, la réponse de l'élève suffit : **1.** « C'est quoi, un nombre premier ? » (la réponse tient en une phrase) **2.** « À quoi ça sert de décomposer 84 en facteurs premiers ? » **3.** « Les $\frac{3}{4}$ de 60, ça fait combien ? Et comment tu le sais ? » *Il est normal d'hésiter encore entre diviseur et multiple, ou sur l'addition de fractions : ces deux-là reviennent dans les rituels de toute l'année.*

Corrigés du chapitre 1

Activité d'ouverture : Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. On peut s'arrêter après 7 car tout nombre non premier inférieur à 100 a forcément un facteur premier dont le carré ne dépasse pas 100 : or $7^2 = 49 \leq 100 < 121 = 11^2$, donc 2, 3, 5 et 7 suffisent.

1) a) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 (0 est multiple de tout nombre ; sans lui, on accepte la liste à partir de 3). b) 1, 2, 4, 5, 10, 20 : six diviseurs, qui vont par paires (1×20, 2×10, 4×5).

2) a) 42 b) 32 c) 54 d) 49 e) 4 f) 5 g) 6 h) 7. Une table qui hésite ? Réécris-la une fois en entier.

3) a) Par exemple 8, 16, 24. b) Oui, car $42 = 6 \times 7$; non, car $42 = 4 \times 10 + 2$, il reste 2. c) 1, 2, 3, 4, 6 et 12 (5 et 8 ne divisent pas 12).

4) a) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ b) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ c) $150 = 2 \times 3 \times 5^2$. Étape clé : couper petit à petit ($84 = 4 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$), puis vérifier en refaisant la multiplication.

5) a) Oui : 10 divise 180 (18 tulipes) et 70 (7 roses). b) $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ et $70 = 2 \times 5 \times 7$: les diviseurs communs sont 1, 2, 5 et 10, donc 10 bouquets au maximum. c) 18 tulipes et 7 roses par bouquet.

6) 2, 5, 11 et 23. Les autres ont plus de deux diviseurs : $4 = 2 \times 2$, $9 = 3 \times 3$, $15 = 3 \times 5$, $21 = 3 \times 7$. ⚠ Erreur fréquente : entourer 9 (c'est 3×3) ou oublier 2, le seul nombre premier pair.

7) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Cette liste est à connaître par cœur : elle sert dans tout le chapitre.

8) Par 2 : oui, il finit par 4. Par 3 : oui, $2 + 3 + 4 = 9$, divisible par 3. Par 5 : non, il ne finit ni par 0 ni par 5. Par 9 : oui, 9 est divisible par 9. Le critère cité puis la conclusion : c'est la rédaction modèle du chapitre.

9) $2 + 3 + 1 = 6$, donc 231 est divisible par 3 : $231 = 3 \times 77 = 3 \times 7 \times 11$, il n'est pas premier. 41 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5 ; inutile d'essayer 7, car $7 \times 7 = 49$ dépasse 41 : 41 est premier.

10) a) $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $135 = 3^3 \times 5$: le plus grand diviseur commun est $3 \times 5 = 15$, donc des carreaux de 15 cm de côté. b) $210 \div 15 = 14$ rangées et $135 \div 15 = 9$ colonnes : $14 \times 9 = 126$ carreaux.

11) On cherche le plus petit multiple commun à 12 et 15. Multiples de 15 : 15, 30, 45, 60… et $60 = 12 \times 5$ convient : ils repartiront ensemble 60 min plus tard, à 8 h 00.

12) a) $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ et $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$. b) Les facteurs communs sont 2, 3 et 5 : le plus grand diviseur commun est $2 \times 3 \times 5 = 30$, donc 30 lots au maximum. c) $270 \div 30 = 9$ framboises et $840 \div 30 = 28$ fraises par lot.

13) $7k + 7p = 7(k + p)$. C'est $7 \times$ un nombre entier : la somme est bien un multiple de 7.

14) a) Le plus petit multiple commun à 12, 15 et 18 est $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$: 180 s = 3 min, donc à 20 h 03. b) Une fois toutes les 3 minutes pendant 60 minutes : 20 fois.

15) a) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$. b) Un diviseur de 360 se fabrique en choisissant combien de facteurs 2 il contient (0, 1, 2 ou 3 : quatre choix), combien de 3 (trois choix) et combien de 5 (deux choix) : $4 \times 3 \times 2 = 24$ diviseurs. Vérification sur $12 = 2^2 \times 3$: $3 \times 2 = 6$ diviseurs, et on les compte bien : 1, 2, 3, 4, 6, 12 ✓

16) $10a + b = 9a + (a + b)$. Or $9a$ est divisible par 3. Si $10a + b$ est divisible par 3, alors $(a + b) = (10a + b) - 9a$ est une différence de deux multiples de 3 : elle est divisible par 3. Tu viens de démontrer le critère de divisibilité par 3 pour les nombres à deux chiffres.

17) Le nombre de sachets doit diviser 756 et 630 : on cherche le plus grand diviseur commun. $756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ et $630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$: les facteurs communs donnent $2 \times 3^2 \times 7 = 126$, donc 126 sachets au maximum, chacun garni de $756 \div 126 = 6$ dragées et $630 \div 126 = 5$ caramels. Vente : $126 \times 2{,}50 = 315$ €. Coût des sachets vides : $126 \times 0{,}15 = 18{,}90$ €. Il reste $315 - 18{,}90 = 296{,}10$ €, et $296{,}10 > 280$: l'association a raison. Toute démarche complète est acceptée, par exemple par la liste des diviseurs communs.

18) a) Non : $2 \times 7 + 1 = 15 = 3 \times 5$, qui n'est pas premier. b) 2, 3, 5, 11, 23 et 29 : ils donnent 5, 7, 11, 23, 47 et 59, tous premiers. Les autres échouent : 7, 13, 17 et 19 donnent 15, 27, 35 et 39. c) Oui : $2 \times 41 + 1 = 83$, qui est premier.

19) a) Un stylo coûte $2{,}40 \div 3 = 0{,}80$ €, donc 7 stylos coûtent $7 \times 0{,}80 =$ **5,60 €**. b) 0,80 € $= \frac{80}{100} =$ **$\frac{4}{5}$ d'euro** (division du haut et du bas par 20).

20) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{2}{3}$

21) a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{4}{6}$ c) $\frac{6}{10}$. Étape clé : on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

22) a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{4}$. Même dénominateur : on additionne ou on soustrait seulement les numérateurs. ⚠ Erreur fréquente : additionner aussi les dénominateurs ($\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ ne fait pas $\frac{5}{14}$). Le dénominateur ne change pas.

23) a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ f) $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$ g) $\frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20}$ h) $\frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$ ⚠ Erreur fréquente : additionner numérateurs et dénominateurs entre eux. On met d'abord au même dénominateur, ensuite on additionne les numérateurs seulement.

24) a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{6}{35}$ c) $\frac{15}{4}$ d) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{100}$ f) 1 (un nombre multiplié par son inverse) g) $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ h) $\frac{1}{4}$ i) en diagonale : 10 et 15 par 5, 14 et 21 par 7, donc $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ (sans simplifier d'abord, il aurait fallu calculer $\frac{140}{315}$, puis le réduire…). ⚠ Erreur fréquente : mettre au même dénominateur pour multiplier. Inutile ici : numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux.

25) a) $\frac{12}{18} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$ c) $\frac{84}{150} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{14}{25}$. Étape clé : décomposer en haut et en bas, puis barrer les facteurs communs.

26) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{28}{15}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{1}{12}$. Exemple : $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$.

27) a) $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$ b) $\frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$ c) $\frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$ d) $\frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{11}{20}$ e) $\frac{21}{24} - \frac{16}{24} = \frac{5}{24}$ f) $\frac{14}{7} - \frac{3}{7} = \frac{11}{7}$

28) a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{29}{24}$ c) $\frac{43}{36}$ d) $\frac{3}{20}$ e) $\frac{7}{15}$ f) $\frac{15}{28}$

29) a) 8 personnes, c'est le double : $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ de litre, soit 1,5 L. b) 2 personnes, c'est la moitié : $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$ de litre.

30) a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 6 e) $\frac{6}{49}$ f) 15 et 25 par 5, 33 et 44 par 11 : $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$ g) 26 et 39 par 13, 35 et 45 par 5 : $\frac{2}{9} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{27}$ h) 34 et 51 par 17, 38 et 57 par 19 : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

31) a) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et $756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$. b) On barre les facteurs communs $2^2 \times 3^2$: $\frac{360}{756} = \frac{10}{21}$. c) $10 = 2 \times 5$, donc le dénominateur vaut $2^4 \times 3^5 \times 5$; après simplification, il reste $\frac{2}{3}$.

32) a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{16}{15}$ b) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = 1$ c) $\frac{11}{12} \times \frac{12}{7} = \frac{11}{7}$ d) $\frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ e) $\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{7}{9}$ f) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$. Étape clé : multiplications et divisions passent avant additions et soustractions, sauf parenthèses.

33) $\frac{7}{12} = \frac{35}{60}$, $\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ et $\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$, donc $\frac{7}{12} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$.

34) $\frac{2013}{2014} = 1 - \frac{1}{2014}$ et $\frac{2014}{2015} = 1 - \frac{1}{2015}$. Comme $\frac{1}{2015} < \frac{1}{2014}$, on enlève moins à 1 dans le second cas : $\frac{2014}{2015}$ est le plus grand.

35) Un diviseur commun à n et $n + 1$ divise aussi leur différence $(n + 1) - n = 1$. Le seul diviseur commun possible est donc 1 : la fraction est irréductible, quel que soit n.

36) a) $8 \div 4 = 2$ b) $20 \div 4 = 5$ c) $10 \div 5 = 2$, puis $2 \times 2 = 4$

37) a) 50 b) 25 c) 75 d) $200 \div 5 \times 3 = 120$ € e) $120 \div 3 \times 2 = 80$ km. Étape clé : on divise par le dénominateur, on multiplie par le numérateur.

38) $60 \div 5 \times 2 = 24$ billes rouges.

39) a) 15 b) 175 c) 36 (oui, une fraction plus grande que 1 donne plus que le nombre de départ). ⚠ Erreur fréquente : diviser par le numérateur au lieu du dénominateur. Les $\frac{3}{4}$ de 100, c'est $100 \div 4 \times 3$, pas $100 \div 3$.

40) Demi-pensionnaires : les $\frac{3}{5}$ de 600, soit $600 \div 5 \times 3 = 360$. Externes : $600 - 360 = 240$.

41) a) $240 \div 4 \times 3 = 180$ L. b) Il reste 120 L sur 240, soit $\frac{120}{240} = \frac{1}{2}$: le bidon est à moitié plein.

42) Lundi : $\frac{2}{5}$ de 60 = 24, il en reste 36. Mardi : la moitié de 36 = 18. Il reste 18 tulipes à planter.

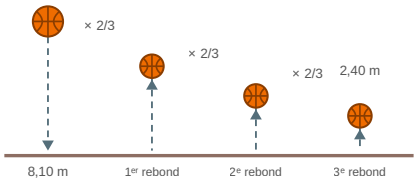
43) $\frac{3}{8} = \frac{15}{40}$ et $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$: $\frac{16}{40} > \frac{15}{40}$, donc Michel a mangé un peu plus.

44) a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$, il reste $\frac{4}{15}$ pour le troisième. b) 30 €, 36 € et 24 € (total 90 €, ça tombe juste).

45) Couru : les $\frac{2}{5}$ de 20 = 8 km. À vélo : le quart de 20 = 5 km. À pied : $20 - 8 - 5 = 7$ km.

46) Fraction parcourue à pied : $1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$. Ces $\frac{3}{8}$ du parcours représentent 9 km, donc $\frac{1}{8}$ représente 3 km : le parcours mesure $8 \times 3 = 24$ km.

47) Chaque rebond multiplie par $\frac{2}{3}$: $8{,}10 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = 8{,}10 \times \frac{8}{27} = 2{,}40$ m. Multiplier trois fois par $\frac{2}{3}$, c'est multiplier par $(\frac{2}{3})^3$: le chapitre 3 en fera une notation.



48) Après chaque coloriage il reste $\frac{1}{3}$ du reste précédent : $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{243}$… Or $\frac{1}{81} > \frac{1}{100}$ et $\frac{1}{243} < \frac{1}{100}$: il faut 5 coloriages.

49) $A = -\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \mathbf{\frac{1}{12}}$. $B = -\frac{2 \times 9}{3 \times 8} = -\frac{18}{24} = \mathbf{-\frac{3}{4}}$. Les règles des signes de 4e ne prennent jamais leur retraite.

Atelier tableur :

1) Le compteur affiche 10 : 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28.
2) Il manque 42 et 84, car le crible ne teste que les nombres de 1 à 30.
3) Les $ bloquent la référence : sans eux, la recopie transformerait B1 en B2, B3… et la formule comparerait chaque ligne à une cellule vide.
4) Le compteur tombe à 2 (le nombre 1 et le nombre lui-même) : un nombre premier a exactement 2 diviseurs.
5) Ce sont les carrés parfaits. Les diviseurs vont par paires (pour 28 : 1 avec 28, 2 avec 14, 4 avec 7), sauf quand un diviseur fait la paire avec lui-même : $4 \times 4 = 16$, d'où le compte impair.

Évaluation, partie A (automatismes) :

1) $12 = 2^2 \times 3$
2) $\frac{3}{5}$
3) $\frac{5}{7}$
4) 11, 13, 17, 19
5) 14
6) 6
7) $\frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{13}{12}$
8) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
9) lu : $\frac{5}{8}$ de 240 = 150 pages, il lui en reste 90

Évaluation, problème 1 (le fleuriste) :

a) $42 = 2 \times 3 \times 7$ et $66 = 2 \times 3 \times 11$ (1 pt par décomposition).
b) Le nombre de bouquets doit diviser 42 *et* 66 : c'est un diviseur commun, le plus grand est $2 \times 3 = 6 \rightarrow$ **6 bouquets** (1 pt pour l'idée de diviseur commun, 1 pt pour la valeur).
c) $42 \div 6 = 7$ roses et $66 \div 6 = 11$ tulipes par bouquet.
d) $6 \times 12{,}50 = 75$ €.

Évaluation, problème 2 (la kermesse) :

a) $\frac{2}{5}$ de 1 200 = $1\,200 \div 5 \times 2 =$ **480 €**.
b) $1\,200 \div 3 =$ **400 €**.
c) $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \mathbf{\frac{4}{15}}$ (1 pt mise au même dénominateur, 1 pt calcul).

d) La moitié de $\frac{4}{15}$, c'est $\frac{1}{2} \times \frac{4}{15} = \frac{2}{15}$; partagé en 4 : $\frac{2}{15} \div 4 = \frac{2}{60} = \mathbf{\frac{1}{30}}$ de la recette, soit 1 200 ÷ 30 = **40 €** par classe (vérification : la tombola rapporte 320 €, la moitié 160 €, 160 ÷ 4 = 40 €).

Mes notes